DE MERCURII NOVISSIMO INFRA SOLEM TRANSITU DISSERTATIO HABITA IN...

Gaspare Servanzi, Nicola Gambara, Gaspare Melzi

PROPOSITIO I.

Obſervationem Mercurii infra Solem tranſeuntis exponere.

ROmæ A. D. 1736. idibus Novembris tribus ante meridiem horis in Solem palmorum 12. teleſcopium directum eſt, & locus circumpoſitus obumbratus, ut Solis imago vividiùs exciperetur in carta axi illuminationis perpendiculari, quam praxim Galilæus excogitatam refert a P. Caſtellio Ordinis S. Benedicti, & cui Scheinerus S. I. pendulum ſuperaddidit, quo obſervatæ in Sole maculæ ad verticalem circulum referuntur, atque inde ad Eclipticam traducuntur. Progreſſu diurno etiam imagine Solis progrediente identidem ipſius terminus cum circumferentiâ circuli in cartâ delineati, ac diameter verticalis unciarum Romanarum 13. in circulo deſcripta cum umbrâ penduli quieſcentis accuratè congruebant, ſed aër utcunque nitidiſſimus trepidatione non modicâ laborabat. Idcirco plurium obſervatorum ita diviſa cura fuit, ut unus motum Solis diurnum teleſcopio ſequeretur, alter momentum adverteret, quo imago ſolaris cum circulo, atque umbra penduli cum verticali diametro convenirent, tertius Mercurii trepidantis centrum acu inſectaretur, & cartam interpungeret ad nutum ſecundi, quartus certiores obſervationes deſcriberet habitâ ratione temporis clarâ voce pronunciati, quod ad verum tempus aſtronomicum obſervato bis meridie ſedulò revocatum eſt. Initio immerſionis inconſpicuo Mercurius conſpectus fuit ſatis ſenſibiliter excavare limbum Solis orientalem $22^h. 13'. 19''$. temporis veri, & computati a meridie diei 17. Novembris, ſolaremque marginem interius tetigit $22^h. 15'. 56''$. Emerſionis interior contactus celebratus eſt poſt meridiem $11^d. 0^h. 52'. 46''$, exterior $0^h. 57'. 55''$, & quia teleſcopii terminatio præſtabat verſus axem illuminationis ad initium, & finem emerſionis melius obſidendum data eſt diligenter opera, ut portio illa ſolaris diſci, ex qua Mercurius egrediebatur, plagam axi illuminationis proximam occuparet. Pro reliquis obſervationibus ſi circulus A E B D figuræ I. re-

præſentet imaginem Solarem, ſitque diameter verticalis D E, puncto E, reſpiciente auſtrum, D boream, A ortum, B occaſum, patet, quod notando puncta quævis M, I, & per illa extendendo diametros R N, G H dabuntur arcus orientalis D N, atque occidentalis D G cum diſtantiis a centro S M, S I, ideoque dabitur relatio punctorum M, I, ad D E, nam ductis diametro D E perpendicularibus M O, I L triangulorum M S O, I S L dabuntur anguli, & baſes. Hinc annexæ Tabellæ columna prima continet tam obſervata Mercurii loca, quàm nonnullas maculas ſolares literis indicatas. Columna ſecunda includit tempus, quo ſingula notabantur. Columna tertia exhibet arcus circulares incipientes a ſummitate boreali diametri verticalis, ac deſinentes in diametrum per notatum punctum extenſam. Columna quarta offert ſingulorum punctorum diſtantias a centro circuli in partibus milleſimis ſemidiametri. Advertendum tamen quod arcus nullo ſigno affecti in ortum tendunt, affecti ſigno negativo in occaſum feruntur, cumque macularum tam figura, quàm magnitudo variabilis fuerit, A ſignificat craſſiorem in ſuperiori congerie, B omnis conglobationis occidentaliſſimam, E orientaliorem, atque auſtraliorem illius familiæ, G cunctarum maximam, H ultimam occaſum verſus. Ergo expoſita eſt obſervatio Q. E. F.

COROLLARIUM.

Mora Mercurii in limbo ſolari fuit 3'. 10". mora centri in diſco 2h. 42', atque ex data cujuſvis puncti relatione ad diametrum verticalem datur relatio ad eclipticam. In figuris 2, & 3 ſit A B P L colurus æquinoctiorum, cujus centrum T tellus, diameter A P axis mundi, diameter B L ſectio eclipticæ B L S cum æquatore B L C, punctum B principium Arietis, punctum L principium Libræ. In conjunctione Mercurii cum Sole quæ paulo poſt mediam obſervationem ſecuta eſt verus locus Solis fuit 7s. 19°. 23'. 30". Ergo arcus L S a principio Libræ L uſque ad centrum Solis E N D eſt 1s. 19°. 23'. 30", & per Solem ductus circulus horarius P S A æquatori occurrit in C ad angulos rectos, unde trianguli L C S dantur duo anguli S C L, & C L S cum baſi L S, ex quibus reſultat Solis declinatio auſtralis S C 17°. 36'. 30". cum angulo L S C 74°. 12'. 37'. Sed etiam ex hypotheſi quod E N D ſit horizon ſolaris, vel diſcus Solis e terra viſus, T V linea verticalis, V P complementum latitudinis, V S E circuli verticalis per Solem ducti portio, trianguli V P S dantur bina latera V P Romæ 48°. 5'. 30", & P S quadrans auctus inventâ declinatione 107°. 36'. 30". cum angulo intercepto V P S, qui ad ſingula puncta in columna quinta tabellæ conſignatur converſo tempore, quo circulus horarius P S A diſtat a meridiano P V, in partes æquatoris. Ergo cognoſcetur angulus P S V, qui ſubtractus ab invento angulo L S C ante meridiem, ut in Fig. 2, vel eidem additus poſt meridiem ut in Fig. 3. determinat angulum L S D, quem in occidentem facit portio eclipticæ S F cum

ver

Google

verticali S D. Quare ſi obſervatum in Sole punctum ſit M, quoniam ducto per M radio S N datur ex obſervatione arcus D N cum diſtantia a centro S M, etiam addendo arcum D F arcui D N quando D N eſt arcus orientalis, vel minorem a majori ſubtrahendo quando uterque eſt occidentalis manifeſtabitur arcus F N cum diſtantia a centro S dati puncti M, id eſt dabitur puncti M relatio ad eclipticam.

1	2	3	4	5	6	7	8
	h. '. ''	o. '		o. ' ''	o '	o. ' ''	o. '. ''
1	22. 35. 31	63. 20	935	21. 7. 15	14. 3	17. 35. 7	119. 57. 30
2	40. 43	60. 52,5	917	19. 49. 15	13. 17	16. 33. 7	118. 32. 0
3	47. 21	56. 37,5	903	18. 9. 45	12. 15	15. 12. 22	115. 37. 45
4	51. 32	54. 30	893	17. 7. 0	11. 37	14. 22. 0	114. 20. 37
5	23. 4. 29	47. 7,5	871	13. 52. 45	9. 38	11. 45. 22	109. 34. 45
6	28. 9	33. 19	861	7. 57. 45	5. 50	6. 53. 52	100. 37. 45
7	36. 34	28. 45	854	5. 51. 30	4. 25	5. 8. 15	97. 49. 22
8	40. 39	25. 55	851	4. 50. 15	3. 29	4. 9. 37	95. 58. 0
9	55. 35	16. 22,5	860	1. 6. 15	0. 48	0. 57. 7	89. 38. 0
10	0. 1. 12	13. 55	866	0. 18. 0	0. 12	0. 16. 30	88. 20. 7
11	5. 35	10. 30	876	1. 23. 45	1. 0	1. 11. 52	85. 58. 29
12	10. 58	7. 50	887	2. 44. 30	1. 58	2. 21. 15	84. 23. 52
13	16. 25	4. 15	896	4. 6. 15	2. 58	3. 32. 7	81. 59. 44
14	28. 11	-2. - 7,5	916	7. 2. 45	5. 15	6. 8. 52	78. 13. 59
15	39. 34	-9. - 2,5	943	9. 53. 30	7. 7	8. 30. 15	73. 40. 22
16	46. 30	-12. - 30	958	11. 37. 30	8. 25	10. 1. 15	71. 45. 52
A	13. 29	81. 0	947	3. 22. 15	2. 26	2. 54. 7	158. 6. 44
B	15. 39	82. 55	645	3. 54. 45	2. 50	3. 22. 22	160. 29. 59
C	20. 28	54. 20	519	5. 7. 0	3. 42	4. 24. 30	132. 57. 7
D	22. 2	41. 50	335	5. 30. 30	3. 58	4. 44. 15	111. 18. 52
E	31. 47	-5. -25	368	7. 56. 45	5. 34	6. 45. 22	75. 32. 59
F	33. 49	-130. - 0	444	8. 27. 15	6. 20	7. 23. 38	-48. 24. 58
G	35. 22	-99. - 50	825	8. 50. 30	6. 47	7. 48. 45	-17. 49. 52
H	40. 57	-57. - 30	930	10. 14. 15	7. 15	8. 44. 37	-24. 47. 14

PROPOSITIO II.

Datis inclinatione Eclipticæ ad æquatorem, & loco Solis declinationem ſolarem, atque angulum circuli declinationis cum Ecliptica conſtruere.

POſt conſtructiones geometricas Eclipſium calculis ſubrogatas etiam ſphæricorum triangulorum analyſis geometricâ ſyntheſi ſic vitatur. Detur locus Solis qui reſpondet conjunctioni Mercurii cum Sole 7ˢ. 19°. 23'. 30", atque inclinatio eclipticæ ad æquatorem 23°. 29'. oportet declinationem ſolarem, atque angulum circuli declinationis cum Ecliptica per conſtructionem geometricam invenire. In Fig. 4. centro C intervallo C A eo tutiorem conſtructionem reddente, quo majus fuerit, deſcribatur circulus, cujus arcus A B æquetur longitudini ſolari, quando ſemicirculo minor eſt, vel differentiæ a ſemicirculo, quando major, ut in caſu propoſito fiat A B 49°. 23'. 30", ductâque C B, atque ad illam perpendiculari A E, quæ per 3. e 3. bifariam ſecabitur in D, centro D intervallo D A deſcribatur ſemicirculus A N E, abſcindaturque arcus E F æqualis datæ inclinationi 23°. 29'., ac demiſsâ F G perpendiculari ad A E per G ducatur C I, eique perpendicularis G H. Dico arcum H I eſſe declinationem quæſitam. Demum centro H intervallo B I notetur punctum L, ductâque L C ex concurſu M cum A E erigatur diametro perpendicularis M N. Dico E N, vel angulum E D N æqualem eſſe illi, quem facit ecliptica cum circulo declinationis. Convertatur enim ſector E D F circa immotam E D, donec perpendiculariter inſiſtat ſectori I C B, rectuſque erit angulus F D C ob C D perpendicularem plano E D F elevato, & per 4. e. 1. C F æqualis fiet C A puncto F jacente in ſuperficie ſphæræ ex radio C A. Convertatur etiam ſector A C B circa C B, donec triangulum A D C ſuperponatur F D C, eritque angulus factus in B ab arcu A B cum B I æqualis angulo F D E inclinationis Eclipticæ ad æquatorem, & punctum A conveniet cum F in ſuperficie Sphæræ. Demum quia F G perpendicularis eſt ipſi C I ob ſectorem E D F perpendicularem ſectori B C I, angulus C G F æquatur C G H, & per 47. e. 1. ob C F æqualem C H etiam bina quadrata C G, & G F æquantur binis C G, & G H, rejectoque communi quadrato C G, quadratum G F æquatur G H, & revoluto ſectore H C I, donec triangulum C G H conveniat cum C G F, puncta H, & F ita in Sphæræ ſuperficie convenient, ut H G perpendiculariter inſiſtat ſectori immoto I C B. Ergo tres arcus A B, H I, B I punctis A, & H triangulum ſphæricum conſtituent, cujus latus A B 49°. 23'. 30", angulus in I eſt 90°, in B eſt 23°. 29', utpote æqualis E D F, unde in B eſt principium Libræ, B A eſt portio Eclipticæ a ſe-

a ſectione autumnali ad Solem, B I eſt arcus æquatoris ab eadem ſectione ad circulum declinationis, H I eſt declinatio quæſita. Rurſus ob H L æqualem B I etiam H I æquatur L B. Ergo triangulorum H C G, M C D, æquales ſunt anguli ad C, itemque ad G, & D recti, ideoque per 4. e 6. H C eſt ad M C ut G C ad D C. Sed in triangulis H C M, G C D anguli ad C ſunt æquales ob H L æqualem B I, & circa æquales angulos latera proportionalia. Ergo per 6. E. 6. angulus H M C æquatur recto G D C. Quare ſectore E D N circa immotam E D revoluto, donec perpendicularis evadat quieſcenti ſectori L C B, ſi tam ſector A B C convertatur circa C B donec triangulum A D C congruat cum N D C, quam ſector H C L rotetur circa C L, donec triangulum H M C ſuperponatur N M C, recurret priſtinum triangulum lateribus permutatis, eritque in N principium Libræ, ubi Ecliptica A B ſecabit æquatorem L H, & in B erit centrum Solis declinationem habentis B L, & quia Ecliptica A B cum circulo declinationis B L facit angulum E D N, erit iſte angulus quæſitus Q. E. F.

COROLLARIUM.

Pro praxi chorda dupli arcûs E F translata in circumferentiam A B H abſcindet declinationis duplum. At declinatione translata in B L, ductâque L C ſecante A E in M ſi normæ angulus ita applicetur ad punctum M, ut unum latus normæ radat A E, latus alterum determinat quæſitum arcum E N.

PROPOSITIO III.

Datis loco Solis, altitudine poli, ac tempore obſervationis conſtruere angulum circuli horarii cum verticali.

DEtur locus Soli, qui in præcedenti Propoſitione, altitudo poli quæ in Gnomone Clementino ad Thermas Diocletianas definita eſt 41°. 54'. 30", tempus obſervationis quod primo Mercurii loco convenit 22ʰ. 35'. 31", eritque in Figura 2. diſtantia poli a vertice V P 48°. 5'. 30", diſtantia Solis a Polo S P 107°. 36'. 30", & quia ex dato tempore colligitur Solis a meridie diſtantia 1ʰ. 24'. 29". hanc convertendo in partes æquatoris erit angulus V P S 21°. 7'. 15". exhibitus a tabellæ columnâ quintâ. Oportet trianguli dati conſtructione invenire angulum V S P. Ex circuli circumferentia in Fig. 5. abſcindatur V P 48°. 5'. 30", & P S 107°. 36'. 30", ductâque V A perpendiculari ad radium T P, centro B intervallo B A deſcribatur circulus A C H, in quo fiat A C 21°. 7'. 15"; tum ex C ducatur C D perpendicularis ad A V, atque ex D agatur D E perpendicularis ad T S, quâ extensâ uſque ad circumferentiam in F fiat D G æqualis D E, du-

 catur-

caturque ex C per G recta C H. Erit A G C angulus quæſitus, quem exhibet tabellæ columna ſeptima, & S F diſtantia Solis a vertice. Quippe ſi ſector C B A ita revolvatur circa A B, ut perpendicularis evadat ſectori P T S, angulus C B T rectus fiet, & per 4. e. 1. triangulorum T B V, C B T baſes T V, T C æquabuntur. Similiter rectus fiet angulus C D E, & per 4. e. 1. angulus D E C æquabitur D G C. Sed revoluto ſectore V T P circa T P, donec triangulum T B V congruat cum T B C, & ſectore F T S revoluto circa T S, donec triangulum T F E ſuperponatur T C E, puncta V, & F ita conveniunt cum C in ſuperficie ſphæræ ex radio T V, vel T F, ut arcus quidem V P inclinetur ad arcum P S in dato angulo C B A, arcus verò F S cum arcu S P conſtituat angulum, cujus menſura eſt C E D, vel ei æqualis C G A. Ergo hæc eſt menſura quæſiti anguli, & S F eſt diſtantia Solis a vertice Q. E. F.

COROLLARIUM I.

In caſu noſtro ſemper D G minor eſt D V, & quia ductâ C V per 32. e. 1. angulus C G A æquatur G V C, & G C V, quorum menſura per 20. e. 3. eſt ſemiſumma arcuum A C, & V H, tabellæ columna quinta exhibet A C, columna ſexta V H, & columna ſeptima ſemiſummam utriuſque, ideoque cum in 1. obſervatione ſit A C 21°. 7'. 15", conſtructio determinat V H 14°. 3', atque ex utriuſque ſemiſumma reſultat angulus C G A 17°. 35'. 7", qui in columna ſeptima continetur. Sed ſi D G excederet D V ſemiſummæ ſubſtituenda foret ſemidifferentia arcuum interceptorum. Quando C ita accedit ad A, ut curvitas arcûs non ſit ſenſibilis, etiam D inſenſibiliter diſtat ab A, unde ductâ ex A perpendiculari ad S T eaque translatâ in A G eſt A C ad V H ſenſibiliter ut G A ad G V. Patet autem quod ab angulo L S C figuræ 2, & 3. ſubtrahendo ante meridiem C G A figuræ 5, vel V S P figuræ 2, qui in columna ſeptima continetur, eundemque illi addendo poſt meridiem, reſultat angulus F S D figuræ 2, & 3, cui addendo angulum orientalem, vel ſubtrahendo occidentalem D S N columnæ tertiæ, reſultat angulus F S N Eclipticæ cum diametro per notatum punctum M extenſa in figura 2, & 3. Sic quia obſervatio 2. eſt ante meridiem a conſtanti angulo 74°. 12'. 37". ſubtrahendo arcum 16°. 23'. 7". columnæ ſeptimæ reſiduus fit arcus 57°. 29'. 30", cui addendo arcum orientalem 60°. 52'. 30". columnæ tertiæ reſultat arcus 118°. 32'. columnæ octavæ. At quia obſervatio 12. pomeridiana eſt conſtanti arcui 74°. 12'. 37". addendo 2°. 21'. 15". columnæ ſeptimæ fit ſumma 76°. 33'. 52", cui rurſus addendo arcum orientalem 7°. 50'. columnæ tertiæ prodit arcus 84°. 23'. 52". columnæ octavæ. Demum quia obſervatio 15. pomeridiana eſt arcui 74°. 12'. 37". addendo 8°. 30'. 15". e columnâ ſeptimâ ſumma eſt 82°. 42'. 52", a qua ſubtracto occidentali arcu 9°. 2'. 30". columnæ tertiæ habetur arcus 73°. 40'. 22". columnæ octavæ. Sed etiam ſemper datur S M ex columnâ quartâ. Ergo

go ſemper datur tranſitus a relatione puncti obſervati cum diametro verticali ad ipſius relationem cum ecliptica,

COROLLARIUM II.

Aſſumpta A B in ſinum totalem ob datum arcum A C datur ipſius ſinus C D, & complementi ſinus D B. At in triangulo rectangulo T B V ob angulum V T B æqualem diſtantiæ verticis a polo datur angulus T V B æqualis altitudini polari, cumque V B ſit radius, B T eſt tangens altitudinis polaris. Quare ſi A V, S T producantur, donec concurrant in I, & fiat ut radius ad tangentem anguli B T I, ita tangens polaris altitudinis T B ad quartum, reſultabit B I, quâ additâ inventæ B D datur I D, ſed radius eſt ad tangentem anguli D C G ut C D ad D G, idemque radius eſt ad ſinum anguli I æqualis declinationi ſolari, vel exceſſui arcûs S P ſupra quadrantem ut I D ad D E, vel D G. Ergo rectangulum ſub radio, & D G æquatur tam rectangulo ſub tangente anguli D C G, & ſub C D, quàm rectangulo ſub ſinu anguli I, & ſub I D, & per *6. e. 6.* eſt C D ad ſinum anguli I ut I D ad tangentem anguli D C G, quo cognito innoteſcit angulus complementi A G C. Semel itaque inventis conſtantibus B I, & ſinu declinationis ſolaris pro numero obſervationum etiam analyticè datur angulus A G C vitatâ morâ involuti trianguli, & calculus aliquoties inſtitutus oſtendit Geometriam ab Arithmetica non abludere,

PROPOSITIO IV.

Mercurii obſervati loca in typum aſtronomicum referre.

DUcatur in figura *6.* A B æqualis diametro circuli imaginem ſolarem excipientis, quæ repræſentet ſectionem eclipticæ cum diſco Solis, ſitque extremitas Orientalis A, Occidentalis B ſitu inverſo a figura *1.*, ſed quæ eundem ſitum obtinebit ſi figura *6.* contraponatur *1.*, atque altera alteram aſpiciat veluti in ſpeculo, quia in carta tanquam in ſpeculo diſcus Solis a teleſcopio repræſentatur. Ad loca Mercurii in typum aſtronomicum referenda deſcripto circulo C A B oportet puncta ſingula ita diſponere, ut eam ad A B relationem ſervent, quam tempore obſervationis reſpectu eclipticæ obtinebant. A puncto Occidentali B progrediendo in circumferentia verſus Orientale A abſcindatur arcus tot graduum, & minutorum quot exhibentur a columnâ octavâ tabellæ pro quovis puncto obſervato. Ut ſi referendus ſit in typum locus *3.* abſcindatur arcus B D *115°. 37'. 45''.*, ſi locus *12.* fiat B G *82°. 23'. 52''*, ſi locus *25.* ſumatur B H *73°. 40'. 22''.*, ductiſque radiis C D, C G, C H, ex columna quarta tabellæ petantur diſtantiæ C E, C I, C K locis ſingulis

gulis

gulis congruæ, & facta erit datorum locorum tranſlatio in typum aſtronomicum. Quod ſi puncta omnia ſic tranſlata eſſent in directum per eadem ducta recta linea Mercurii ſemitam e terra in Sole viſam repræſentaret. Sed quia aberrationes exiguæ immiſcentur, liquet typum aſtronomicum indigere correctione.

PROPOSITIO V.

Typum aſtronomicum emendare.

PRæter indicatos errores, teleſcopii terminatio prope marginem non æquè accurata eſt, ac prope axem. Ergo imago ſolaris utcumque vivida, & circulo cartaceo congruens non ſatis accurate reſpondet apparenti Solis diametro, ſed ipſius puncta phyſica quo magis ab axe recedunt, eo magis amplificantur, ideoque typus aſtronomicus exceſſu peccat. Oportet typum emendare a figura 7. repræſentatum. Ducantur in figura 8. A B, *a b* parallelæ, & majori intervallo diſtantes, quam eſſe poſſit L M in figura 7. ducenda, atque utraque dividatur in partes A C, *a c* A D, *a d* A E, *a e* proportionales tempori obſervationum deſumptis ex ſcala partium æqualium tot partibus, quot depoſcunt minuta temporis inter primam, & reliquas obſervationes elapſa, eritque A C ad A D ut tempus inter primam, & ſecundam ad tempus inter primam & tertiam obſervationem, & ſic de reliquis uſque ad ſextamdecimam, cui reſpondeant in parallelis puncta E e. Tum applicatâ regulâ ad puncta homologa C c figuræ 8. transferatur ex C in 2. diſtantia primæ obſervationis a ſecunda ex typo figuræ 7. deſumpta, noteturque diligenter punctum 2., eademque praxi omnium punctorum a primo diſtantiæ e typo deſumptæ transferantur in figuram 8. ſicuti a rectis D 3. E 16. indicatur. Per puncta ſic inventa 2. 3. 16., & reliqua ducatur recta linea, vel ſi omnia in directum non conveniunt, ſaltem agatur per plura puncta in directum poſita. Præterea quia immerſio quidem centri contigit 21'. 8''. citiùs primâ obſervatione, emerſio autem centri celebrata eſt 5'. 53''. tardius ultimâ obſervatione, & ſumma utriuſque differentiæ eſt 27'. 1''. ex ſcala partium æqualium deſumatur longitudo huic tempori debita, abſcindanturque in parallelis E B, *e b* eidem æquales, nam hoc pacto A B, *a b* referent totum tempus, quo centrum Mercurii ſemitam ſub Sole deſcripſit. Demum applicatâ regulâ punctis B b ducatur in figura 8. B G, atque in figura 7. L M incedens per eadem puncta, quibus occurrit G A alterius figuræ, actâque C O ad L M perpendiculari, ac diviſa B G bifariam in H, centro O intervallo B H notentur bina puncta *l*, *m*, nam centro C intervallo C L deſcriptus circulus *a l m b* typum emendabit. Cum enim ſpatia a centro Mercurii decurſa in ſemita L M ſint C 2. D 3. E 16. proportionaliter reſpondentia temporibus A C, A D, A E,

etiam

Google

etiam tota ſemita B G reſpondet tempori totali A B, & propterea typus emendatur Q E F.

COROLLARIUM I.

Quoniam creſcente tempore creſcit obſervatorum punctorum à primo diſtantia, punctum cujus diſtantia non pervenit ad rectam A G aliquanto citiùs, & cujus diſtantia tranſcendit ipſam A G ſeriùs notatum eſt, quàm tempus poſtularet. Hinc ſi contingat rectam G A per plura puncta in directum poſita extenſam non præciſe incurrere in locum A primæ obſervationis, ſed ſupra, vel infra, prima obſervatio notata non fuit tempore congruo, quo caſu parallela ipſi A B ducta ex puncto concurſus G A cum A a typum emendabit. Nam concurſu cadente ſupra A prima obſervatio citius notata eſt, quàm ipſius tempus poſtulet, & propterea omnes ab illa diſtantiæ exceſſu peccant. At concurſu cadente infra A omnes a prima diſtantiæ oppoſita de cauſa defectu peccant, & propterea, omnes eadem quantitate minuendæ ſunt, vel augendæ, ut typus emendetur.

COROLLARIUM II.

Si in emendato typo ducantur I P, m R perpendiculares ipſi (a b) quibus parallela ſit C N, & L Q diametro (a b) parallela; ob datam apparentem Solis ſemidiametrum C a 16'. 17". datur P C differentia longitudinis in ingreſſu 9'. 38". C R differentia longitudinis in egreſſu 6'. 2". P R, vel I Q motus geocentricus in longitudinem 15'. 40"., unde geocentricus, atque horarius in Sole longitudinis motus 5'. 50". Dantur etiam P I latitudo geocentrica in ingreſſu 13'. 2". C N latitudo geocentrica in conjunctione 14'. 21". R m latitudo geocentrica in egreſſu 15'. 11", Q m apparens geocentricus motus in latitudinem 2'. 9", unde geocentricus, atque horarius latitudinis motus 48". I m apparens Mercurii ſemita in ſolari diſco 15'. 48". C O minima centrorum diſtantia 14'. 14". Quoniam triangulum Q I m ſimile eſt illi, quod conſtituerent R a, & m I uſque ad concurſum extenſæ cum rectâ R m datur angulus Q I m, vel apparens orbitæ inclinatio ad eclipticam 7°. 55'.

COROLLARIUM III.

Cum Planetæ centrum fuerit in I 22^h. 14'. 23", & mora in diſco obſervata ſit 2^h. 42', ſequitur in O extitiſſe 23^h. 35'. 23" & factis P R ad P C ut mora in diſco ad quartum proportionalem reſultat tempus addendum tempori ingreſſus, ut innoteſcat tempus conjunctionis cum Sole in N 23^h. 54'. At Mercurii apparens diameter ſic invenitur. In figura 9. Mercurii centro delato ad punctum E fiat exterior contactus D, tranſeunte per F interior contactus G celebretur, ductiſque C E, C G per puncta E, & F rectangula erunt triangula C E O, C F O,

C F O, cumque L O decurſa fuerit $1^{h}.\ 21'.$, atque E F $3'.\ 10''.$ horarius, punctum L phyſicè dividit bifariam rectam E F ob exiguitatem arcûs D G rectæ æquipollentis, unde tempus per E L eſt $1'.\ 35''.$ factiſque ut tempus per L O ad tempus per E L, ita L O ad quartum erit E L $9''$. Ponatur $AC = a$, $CO = b$, $OL = c$, $EL = d$, $ED = GF = x$, eritque $OE = c + d$, $OF = c - d$, $CE = a + x$, $CF = a - x$ & per 47. e. 1. $cc + 2cd + dd + bb = aa + 2ax + xx$, itemque $cc - 2cd + dd + bb = aa - 2ax + xx$, & ſubtrahendo ſecundam æquationem à prima $4cd = 4ax$, vel $cd = ax$. Ergo factis ut $a = 16'.\ 17''$. ad $c = 7'.\ 54''.$, ita $d = 9''$. ad quartam reſultat E D ferme $4''.\ 22'''.$, ſive Mercurii apparens diameter ferme $9''$.

PROPOSITIO VI.

Motum Mercurii geocentricum ad heliocentricum revocare.

IN figura 10. unâ horâ ante conjunctionem locus M Mercurii ad eclipticam reducti e Terra T in directum reſpondeat puncto I diſci Solaris A B L, ex cujus centro C ductis C T, C M, erit M C ad T M ut ſinus anguli M T C ad ſinum anguli M C T, ſive ob angulorum exiguitatem ut angulus M T C ad angulum M C T. Conjunctionis tempore Sol A L B ſit in loco E F N, & Mercurii locus O ad eclipticam reductus e Terra T in directum reſpondebit ſolari centro D, cumque tam Mercurii orbita quàm reductio orbitæ ad eclipticam motu parallelo transferatur a Sole ex uno in alium locum ſi ducatur C H parallela D O totus ſector H C M orbitæ ad eclipticam reductæ erit conjunctionis tempore in loco O D R abeuntibus H C in O D, M C in R D, H M in O R. Ergo horarius, atque heliocentricus Mercurii motus in longitudinem eſt M H, vel R O, quem menſurat angulus R D O, vel M C H conſtitutus a ſummâ angulorum M C T, & T C H. Atqui angulus quidem M C T habetur ſi fiat ut diſtantia Mercurii a Sole M C ad diſtantiam Mercurii a Terra M T, ita horarius, & geocentricus ſecundum longitudinem Mercurii in Sole motus ad quartum proportionalem, angulus autem T C H æquatur alterna C T D, eſtque horarius Solis motus in ecliptica. Ergo conſtat reductio motûs in longitudinem a geocentrico ad heliocentricum. Ponatur nunc recta T C ita jacere in plano eclipticæ, ut per locum verum Mercurii tranſeat arcus latitudinis M H, erit I C latitudo geocentrica Mercurii in conjunctione apparens ſub angulo I T C, at heliocentrica ejuſdem Mercurii M latitudo apparebit ſub angulo T C M. Ergo ſi fiat ut M C ad M T ita ſinus latitudinis geocentricæ ad quartum terminum obtinebitur ſinus latitudinis heliocentricæ T C M. Demum quia ob exiguitatem arcuum horarius Mercurii motus in latitudinem e Terra viſus ad eundem e Sole viſum eſt ut M C ad M T, atque horarius latitudinis motus perpendiculariter inſiſtit horario longitudinis motui, & recto motui æquipollet, ſi uterque quadretur, at-

atque a ſumma quadratorum radix extrahatur, motus horarius heliocentricus in orbita reſultabit Q. E. F.

COROLLARIUM I.

Telluris quies non excludit a Planetis orbitas ellipticas, quarum focus Sol, ſectores a foco deſumpti temporibus proportionales, & quadrata temporum periodicorum ut cubi ſemiaxium tranſverſorum. Sed medius motus diurnus Solis eſt 59'. 8''., Mercurii 4°. 5'. 33''. ex ſolerti computo Manfrediano in Mercurii ac Solis congreſſu quatuordecim abhinc annis celebrato. Ergo ellipſeos a Sole circa immotam tellurem deſcriptæ poſito ſemiaxe tranſverſo partium 10000., orbitæ a Mercurio Soli circumductæ ſemiaxis tranſverſus datur partium earundem 3869., cumque ex loco Solis dato ipſius a Terra diſtantia in hac obſervatione ſit partium 9886. ſi aſſumatur ex tabulis vera Mercurii a Sole diſtantia partium earundem 3112. non modo datur ratio diſtantiæ Mercurii a Sole ad diſtantiam Mercurii a Terra ut 3112. ad 6774. quæ cum motu horario, & vero Solis 2'. 31''. ex oſtenſis motum Planetæ geocentricum ad heliocentricum reducit, verum etiam ellipſis ſpeciem determinat, & reliqua ad Mercurium pertinentia. Nam motus quidem heliocentricus in longitudinem prodit 15'. 13''. in latitudinem 1'. 44''. in orbita 15'. 19''., unde vera inclinatio orbitæ ad eclipticam 6°. 33'. diſtantia nodi a loco conjunctionis 4°. 32'. 30''. Ellipſis autem ſpecies ſic manifeſtatur. In figura 11. ſit orbita Mercurii A B P, Solis centrum S, Mercurii cum Sole conjunctio e terra viſa in M, verus motus horarius, atque heliocentricus in orbita m M 15'. 19''. Ponatur S D media proportionalis inter datam P C, & quæſitam C B. Conſtat circulum ex radio S D æquari ellipſi A B P, & ſi arcus D E fuerit 10'. 14''. quantus clariſs. Manfredio eſt medius motus horarius Mercurii, ſector D S E æquabitur ſectori M S m æquipollenter circulari. Atqui in ſectoribus æqualibus diverſorum circulorum anguli duplicatam reciprocam rationem obtinent radiorum, quia ſi ſector M S m tranſeat in locum I S H ſector K S H ad D S E eſt ut quadratum S H ad quadratum S D, & idem ad ſectorem I S H ut angulus K S H ad angulum I S H. Ergo ſi ſector I S H æquatur ſectori D S E eſt S D quadratum ad S H quadratum ut angulus I S H vel arcus M m ad angulum E S D, vel arcum E D. Facta itaque ut E D 614. ad M m 919. ita datæ S M 3112. quadratum 9684544. ad quartum proportionalem 14495270., erit hoc quadratum ipſius S D, quod cum ob ellipſim æquetur rectangulo ſub P C, & C B eo diviſo per P C partium 3869. emergit C B partium 3747., & per 47. e. 1. S C 964., unde diſtantia focorum S F partium 1928. Ducatur M F, & quia in ellipſi axis tranſverſus A P æquatur ſummæ duarum S M, & M F quarum prima datur, dabitur, & altera, unde cognitis omnibus trianguli S M F lateribus etiam diſtantia Perihelii P a conjunctione M, ſive angulus M S P invenitur 48°. 12., quem tabulæ Ludoviſianæ exhibent circiter 24'. 37'. diſcrepantiâ prorſus non ferendâ. Nam ſi in figura 12. ſphæræ

Soli

Soli concentricæ ſuperficiem ſecet ecliptica quidem in N Q, planum autem orbitæ mercurialis in N P, ſitque conjunctio celebrata in M, & locus Perihelii in orbita ſit P, ductis per polum eclipticæ O, & per data puncta M, P latitudinum arcubus O L, O Q trianguli N L M rectanguli in L ob datam latitudinem heliocentricam in conjunctione, & diſtantiam a Nodo dantur latera circa angulum rectum. Ergo & baſis N M cum angulo M N L. Sed etiam datur M P ob datum angulum M S P figuræ præcedentis. Ergo trianguli N P Q rectanguli in Q datur baſis N P cum duobus angulis, ideoque etiam latus N Q, a quo ſubtrahendo N L habetur L Q, quæ ob ſatis acutum angulum N non multum differre poteſt ab M P. At enim errorem 4' admittere proclive eſt dum geocentricus Mercurii motus horarius in Sole ſecundum longitudinem taxatur 5'. 50". reducatur itaque ad 5'. 54"., & reſtituto calculo omnia cohærebunt. Ex obſervationibus Bononiæ habitis aſſumptâ in figura 11. S M partium 3112., & facto arcu M m 15'. 54'. prodit C B 3847. S F 824., unde trianguli M S F duo latera M S, & S F forent 3936., at M F 4626. contra 20. e. 1. adeo fallax eſt hic euripus.

COROLLARIUM II.

Veram Mercurii a Sole diſtantiam etiam modicè variare licet retinendo motum 5'. 50". obſervatione taxatum, & quærendo S M, quam Analyſis obtulit ſub ſexti gradus æquatione latentem, & cui propterea vale dicto aſſumptâ S M partium 3171. emerſerunt heliocentricus motus horarius in longitudinem 14'. 52"., in latitudinem 1'. 42"., in orbita 14. 57"., latitudo in conjunctione 30. 23". diſtantia nodi a conjunctione 4°. 26'., inclinatio orbitæ ad eclipticam 6°. 11'. diſtantia conjunctionis a Perihelio 24°. 38'. inventis prius ex dictis C B partium 3796. 7., & S F 1489.

COROLLARIUM III.

Diſtantia Nodi a Sole conjunctionis tempore invenitur etiam factis ut incrementum horarium latitudinis geocentricæ ad latitudinem geocentricam in conjunctione ita una hora ad quartum terminum, qui tempus offert a tranſitu per nodum ad conjunctionem 17h. 55. 9., cui aſſignari debet motus Mercurii congruus in longitudinem. Sed duo hic advertenda. Alterum in tanta portione orbitæ longitudinem, & latitudinem non eſſe phyſice proportionales tempori, unde non habetur accuratum tempus a nodo ad conjunctionem, tametſi ob exiguam curvaturam incrementa longitudinis, & latitudinis ſint phyſicè proportionalia, ideoque reſultet recta diſtantia nodi a conjunctione. Alterum non opus eſſe ex tabulis eruere motum Mercurii invento tempori congruum, tum quia ex ipſo motu obſervato ad heliocentricum reducto peti poteſt, tum quia motus e tabulis deſumptus diſcrepare poteſt ab obſervato.

99 933975